

Шмидт А. А.

(Липецкий государственный технический университет, г. Липецк)

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩЕИНЖЕНЕРНОЙ СИСТЕМЫ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБЪЕМНОЙ ЛИСТОВОЙ ШТАМПОВКИ

В условиях современного производства часто возникает потребность в изготовлении небольших партий деталей с минимальным расходом дорогостоящего металла. В такой ситуации математическое моделирование процессов объемной листовой штамповки на ЭВМ имеет большие преимущества, так как позволяет отказаться от выполнения пробных штамповок, ручной доводки инструмента, снизить расход времени на подбор оптимальных параметров процесса штамповки и подбор оптимальной формы заготовки.

Математическое моделирование вытяжки и оптимизацию технологии процесса и формы исходной заготовки предлагается выполнять с помощью метода конечных элементов (МКЭ) [3], так как этот метод обладает следующими преимуществами:

- может применяться вне зависимости от особенностей детали и параметров процесса формоизменения;
- простотой практической реализации вычислительных процедур с использованием персональных компьютеров;
- возможность достижения необходимой точности моделирования процесса вытяжки в зависимости от имеющихся требований. Точность ограничивается лишь техническими характеристиками используемой вычислительной техники, и для большинства задач достаточным является персональный компьютер средней мощности.

При использовании метода конечных элементов математическая модель отсутствует в аналитическом виде, что затрудняет её анализ. В настоящее время отсутствуют также решение обратных задач, которые были бы выполнены с помощью МКЭ. Это ограничивает их использование в части оптимизации формы заготовки и режимов ведения процесса штамповки. Существующие методы обеспечивают, как правило, приближенные расчёты и решение только прямых задач МКЭ.

Разработана методика моделирования и оптимизации формы и размеров заготовки для процесса листовой штамповки. Методика базируется на теории пластичности [1]. Требуется получить деталь произвольной формы и выполнить оптимизацию формы и размеров исходной заготовки. Для заданной детали строится модель в системе трехмерного моделирования, например, в SolidWorks (рис. 1).

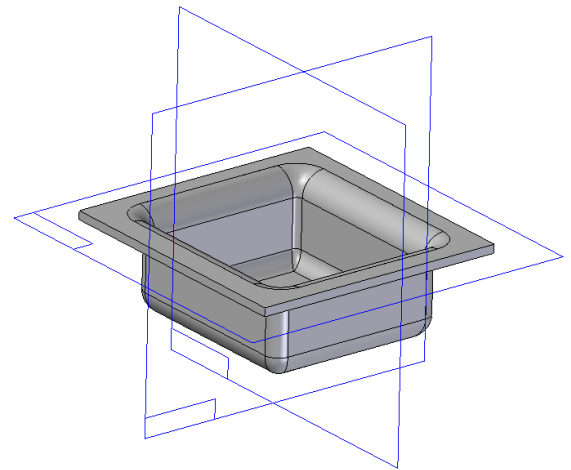


Рис. 1 Модель готовой детали

На основе трехмерной модели детали строится предварительная форма матрицы и пуансона, заготовка разбивается на конечные элементы (рис. 2) с применением системы MSC.Marc [6].

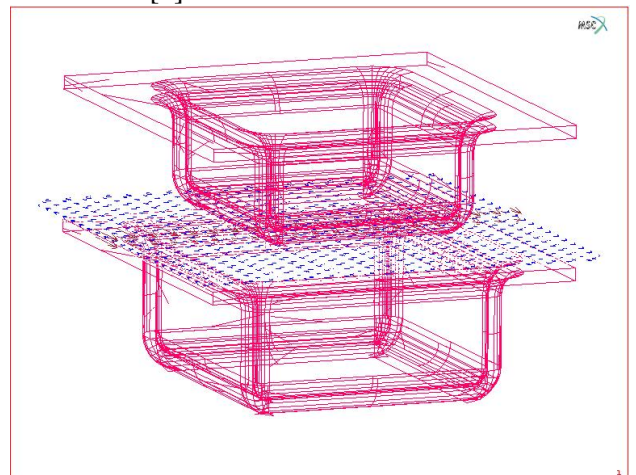


Рис. 2 Дискретная модель задачи

Методика оптимизации формы и размеров исходной заготовки

Первоначальная форма заготовки имеет прямоугольную форму, размеры задаются эмпирически. Таким образом дискретное представление заготовки может быть задана с помощью четырехугольных конечных элементов S (рис. 3). Внешняя граница контура может быть выражена кусочно-линейной функцией. Задан конечный элемент A , имеющий N узлов. Рассмотрим перемещение узла A_1 элемента A . Перед началом моделирования узел $A_1(x_1, y_1, z_1)$ имеет координаты (x, y, z) . На последнем шаге итераций узел перемещается в точку $A_2(x_2, y_2, z_2)$. Расстояние между точками A_1, A_2 может быть вычислено по формуле:

$$\Delta_1 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (1)$$

Соединим точки A_1 и A_2 прямой. Она пересечет внешнюю границу контура готовой детали в некоторой точке B_2 .

Оптимизация формы и размеров исходной заготовки заключается в перемещении исходной точки A_1 в такую точку B_1 , чтобы значение Δ_2 , равное расстоянию между точками B_1 и B_2 равнялось значению Δ_1 . Точка B_1 , являющаяся координатами элемента переместится по окончании процесса моделирования в точку B_2 . Таким образом, получаем кусочно-линейно заданную внешнюю границу готовой детали и набор новых положений узлов граничных узлов.

Узлы, полностью непересекающиеся с границей детали после окончания моделирования на этапе оптимизации полностью удаляются.

Процесс оптимизации считается завершенным, если на двух последовательных итерациях оптимизации разница $\Delta_1 - \Delta_2$ будет меньше заданной ϵ . Это говорит о том, что узел элемента максимально приближен к кусочно-линейной функции.

Результаты оптимизации используются для корректировки данных о модели в файле программы моделирования процесса.

Множество узлов конечных элементов n -ом шаге моделирования образуют внешний контур заготовки. Применим метод приближения функций [5] для решения задачи вывода аналитической функции, описывающей

внешний контур заготовки и позволяющий производить его оптимизацию.

Введем допущение, согласно которому исходная заготовка должна иметь плоскую форму, то есть оптимизацию будем выполнять в плоских координатах.

Постановка математической задачи линейной интерполяции

Пусть задана функция $f: D \rightarrow R^1$, где $D \subset R^2$ - ограниченная область с достаточно гладкой границей, $f \in F(D, R^1)$ - некоторому функциональному пространству. Представим область D в виде объединения конечного числа треугольников $\Delta_k \subset D$, не имеющих общих

внутренних точек: $D' \equiv \bigcup_{k=1}^N \Delta_k \subseteq D$.

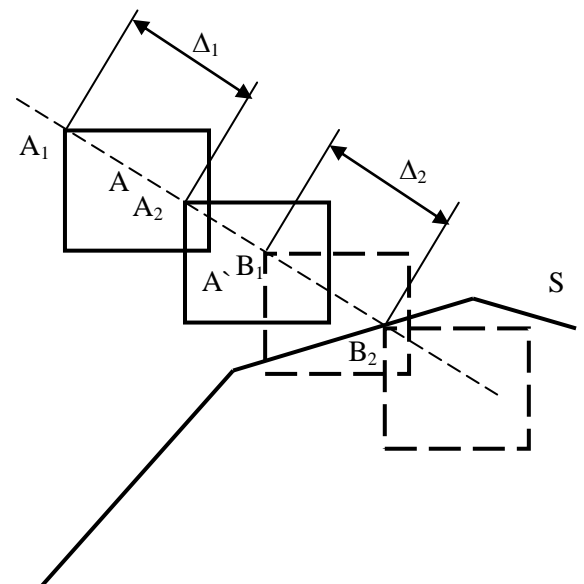


Рис. 3 Построения при оптимизации формы и размеров исходной заготовки

Построение такого набора треугольников называется триангуляцией области D , является сложной задачей и для её решения существует большое число методов [7].

Выполним процесс оптимизации с помощью метода кусочно-линейной аппроксимации методом наименьших квадратов. Приближение внешней границы заготовки будем измерять в интегральной форме. Следовательно, приближающая функция будет менее чувствительной к выбросам в значения элементов внешней границы в случае

возникновения нелинейных деформаций. Примем, что выполняемая оптимизация – плоская, производится в двух координатных декартовых осях.

Пусть требуется построить приближение функции f кусочно-линейной функцией $L_2 f \in S_2$ такое, что

$$\|f - L_2 f\|_{L_2([a,b])} \rightarrow \min$$

т.е.

$$\|f - L_2 f\|_{L_2([a,b])} = \inf_{g \in S_2} \|f - g\|_{L_2([a,b])} \quad (2)$$

где

$$\|g\|_{L_2([a,b])} = (g, g)_{L_2([a,b])}^{1/2},$$

$$(u, v)_{L_2([a,b])} = \int_a^b u(x)v(x)dx.$$

где a, b – границы интегрирования на плоскости.

Введем базис пространства S_2

$$H_j \in S_2, H_j(x_i) = \delta_{ij},$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Всякая $g \in S_2$ раскладывается по этому базису следующим образом

$$g(x) = \sum_{j=1}^n g(x_j) H_j(x). \quad (4)$$

Таким образом, задача (2) может быть сформулирована в следующем виде: найти $(\alpha_j)_{j=1,2, \dots, n}$ такие, что функция

$$(L_2 f)(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j H_j(x) \quad (5)$$

удовлетворяют соотношению

$$\left\| f - \sum_{j=1}^n \alpha_j H_j \right\|_{L_2([a,b])} = \inf_{g \in S_2} \|f - g\|_{L_2([a,b])}. \quad (6)$$

Известно, что в евклидовом пространстве (в нашем случае – $L_2([a,b])$) минимум (6) реализуется на функции ((5), являющейся проекции функции f на подпространство S_2 . Следовательно, элемент $f - L_2 f$ ортогонален подпространству S_2 . Поскольку $\{H_i\}_{i=1}^n$ составляют базис S_2 , то условие ортогональности S_2 эквивалентно условию ортогональности всем $H_i, i=1, \dots, n$:

$$(f - L_2 f, H_i)_{L_2([a,b])} = 0, \text{ для всех } i=1, \dots, n,$$

т.е.

$$(L_2 f, H_i)_{L_2([a,b])} = (f, H_i)_{L_2([a,b])},$$

$$i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Условия (7) представляют собой линейные условия интерполяции, которым должна удовлетворять приближающая функция ((5).

Из (7) и ((5) находим:

$$\sum_{j=1}^n \int_a^b H_j(x) H_i(x) dx \cdot \alpha_j =$$

$$= \int_a^b f(x) H_i(x) dx, i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

Решая эту матрицу, получаем

$$\frac{1}{6}(x_i - x_{i-1})\alpha_{i-1} + \frac{1}{3}(x_{i+1} - x_{i-1})\alpha_i +$$

$$+ \frac{1}{6}(x_{i+1} - x_i)\alpha_{i+1} =$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} H_i(x) f(x) dx, i = 1, \dots, n$$

Матрица системы (9) может быть решена обычным методом Гаусса без выбора главного элемента. Результат решения этой системы позволяет определить количество, образовавшегося разницей интегралов кусочно-линейной функции исходной заготовки и заготовки, полученной в результате процесса пластического формоизменения, и может быть определен по формуле:

$$S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} H_i(x) f(x) dx - S_{i0}, i = 1, \dots, n \quad (10)$$

где S_{i0} – площадь контура оптимальной заготовки.

Количество металла S равно количеству, выходящему за заготовку, т.е. является мерой оптимальности заготовки. На эту величину должна быть скорректирована исходная заготовка, но распределение этого количества затруднительно, вследствие нелинейности процессов, протекающих при пластическом формоизменении. Для этого экстраполируем значение интегральной суммы из (10), и получим формулу локально неуплощаемой оптимальной формы:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} H_i(x) f(x) dx - S_{i0} =$$

$$(11)$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \beta_i H_i(x) f(x) dx, i = 1, \dots, n$$

где β_i определим с помощью аппроксимации по трем точкам, рис. 4:

$$\beta_i = f_i(a_3) \quad (12)$$

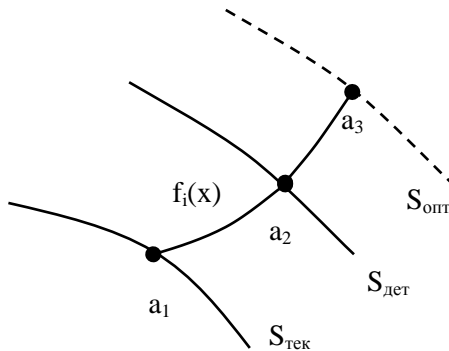


Рис. 4. Аппроксимация функции поверхности оптимальной заготовки

Очевидно, три точки, исходная, текущая, необходимая лежат на кривой, являющейся движением точки, таким образом, построить аппроксимацию не составляет особой сложности.

Аппроксимация всех точек внешних элементов позволяет построить контур локально неуклучшаемой оптимальной формы заготовки на j -ом шаге моделирования и оптимизации. На двух последовательных шагах оптимизации имеем выражение:

$$E = \left\| \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \beta_{ij} H_{ij}(x) f(x) dx - \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \beta_{i(j-1)} H_{i(j-1)}(x) f(x) dx \right\| \quad (13)$$

функция E от шага оптимизационной итерации сходится, и, при значении меньше принятого некоторого E_n заготовка считается оптимальной, а выражение

$$\| E - E_n \| \quad (14)$$

мерой оптимальности заготовки.

Решение задачи с помощью разработанной методики в общинженерной системе конечноэлементного моделирования.

В качестве инструмента для подготовки данных для выполнения математического моделирования процесса пластического формоизменения и оптимизации формы и размеров исходной заготовки была использована система MSC.Marc компании MSC Software.

Для облегчения работы инженера по вводу данных о конечно-элементной модели в систему была разработана специализированная программа *mathmod* для деталей, получаемых с помощью вытяжки. Программа работает в диалоговом режиме и определяет необходимый набор параметров в зависимости от типа детали, которые пользователь должен ввести.

Результатом работы программы является файл исходных данных для препроцессора системы MSC.Mentat, которая выполняет процедуры математических расчетов. Этот файл содержит описание:

- сетка конечных элементов (точки, поверхности, узлы, элементы и др.);
- граничные условия (механические, энергетические и др.);
- начальное нагружение элементов;
- свойства материала пуансона, матрицы, детали;
- контактные условия;
- поведение модели в случае разрушения;
- задание по моделированию процесса.

Файл в формате препроцессора Mentat является стандартным файлом в формате mfd, который может быть открыт в MSC.Marc и выполнен расчет математической модели. В результате моделирования постпроцессор системы генерирует файл, содержащий результаты расчетов.

Для выполнения итерационной процедуры оптимизации формы исходной заготовки и параметров процесса была разработана программа, получающая на вход в качестве аргумента файл постпроцессора с данными по шагам моделирования, значениями перемещений узлов конечных элементов. На основе имеющихся данных выполняется оптимизационная процедура согласно имеющейся методики и моделирование процесса выполняется заново. В случае достижения мерой (14) заданного значения процесс оптимизации считается завершенным, а заготовка – оптимальной.

Таким образом, построена итерационная методика оптимизации формы и размеров исходной заготовки для деталей, получаемых с помощью объемной листовой штамповки. Методика применена на практике в системе конечноэлементного моделирования MSC.Marc

для решения указанных оптимизационных задач с использованием разработанных дополнительных модулей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
2. Вдовин С.И. Методы расчета и проектирования на ЭВМ процессов штамповки листовых и профильных заготовок. – М.: Машиностроение, 1988. – 160 с.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.
4. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М. Факториал-пресс. 2002. 824 с.
5. Богачев К.Ю. Методы приближения функций. М.: МГУ. 1998.
6. MSC.Marc 2001 Volume A: Theory and User Information, MARC Analysis Research Corporation, Palo Alto, CA, August 1998
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method, Fifth edition, Volume 1: The Basis, 2000, 707 p..